

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра Информатики и прикладной математики

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

для выполнения работ компьютерного практикума по дисциплине

ИНФОРМАТИКА

08.03.01

Часть 2

**«Численные методы, расчетные схемы и компьютерные модели
решения прикладных задач в области строительства**

Студент: _____

Институт: _____

Курс: _____

Группа: _____

Преподаватель: _____

Москва 2023

| Результаты сдачи контрольных мероприятий студентом _____ | | | |
|--|---------------|-------------------------|---------|
| Контрольное мероприятие | Преподаватель | Отметка о зачете работы | Подпись |
| Практическая работа 1 | | | |
| Практическая работа 2 | | | |
| Практическая работа 3 | | | |
| Практическая работа 4 | | | |
| Практическая работа 5 | | | |
| Практическая работа 6 | | | |
| Практическая работа 7 | | | |
| | | | |
| Контрольная работа | | | |
| Домашнее задание | | | |
| Результат текущего контроля | | | |

Рабочая тетрадь предназначена для студентов всех специальностей и направлений подготовки МГСУ, изучающих курс «Информатика». В тетради приведены формы для оформления результатов ручного счета, реализующих алгоритмы выполнения работы на ЭВМ.

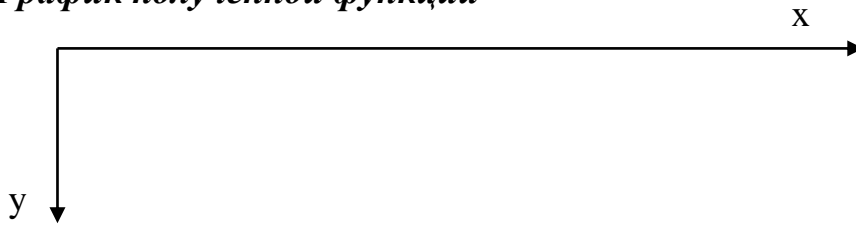
Принятые в заданиях номера институтов МГСУ

| Институты | ИПГС ИАГ | ИГЭС | ИИЭСМ | ИЦТМС | ИЭУИС | ИМОЯК | Мытищ. филиал |
|-----------|-------------|------|-------|-------|-------|-------|---------------|
| К | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

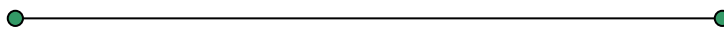
Результаты счета

График полученной функции



Ручной счет (N=___)

Разностная схема (расположение точек разбиения при N=___ с нумерацией)



| | | | |
|-----|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| i=2 | x ₂ =_____ | p ₂ =_____ | f ₂ =_____ |
| i=3 | x ₃ =_____ | p ₃ =_____ | f ₃ =_____ |
| i=4 | x ₄ =_____ | p ₄ =_____ | f ₄ =_____ |

Система конечно-разностных уравнений (для всех точек) .

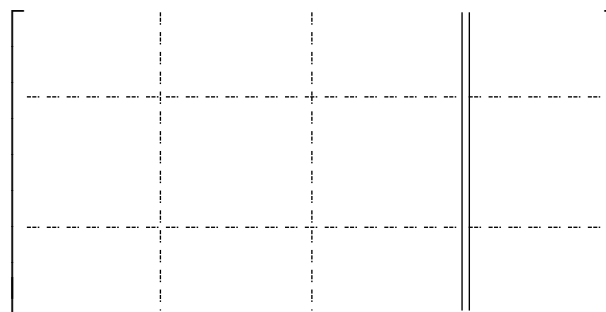
{

Или, исключая $y_1 = y_5 = 0$,

{

Решение методом Гаусса

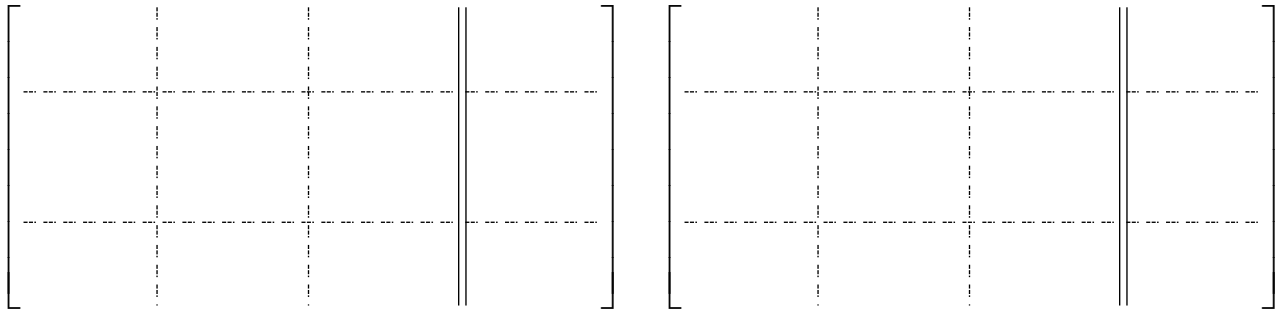
Расширенная матрица



Прямой ход

1-й шаг

2-й шаг



Обратный ход

Система с треугольной матрицей:

$$\left\{ \begin{array}{llll} y_2 & y_3 & y_4 & = \\ & y_3 & y_4 & = \\ & & y_4 & = \end{array} \right.$$

Вычисление неизвестных

| | |
|--------------------|--|
| Из 3-го уравнения: | |
| Из 2-го уравнения: | |
| Из 1-го уравнения: | |

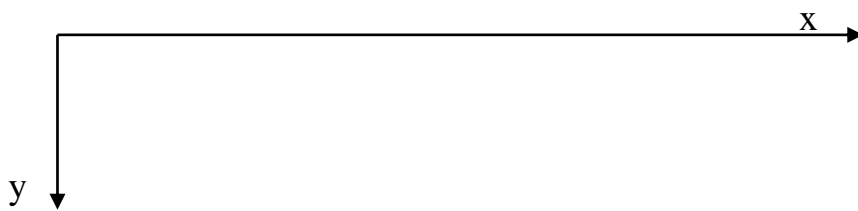
Ответ:

График полученной функции



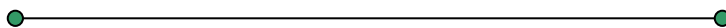
| <i>Практическая работа №1</i> | <i>Фамилия И.О.</i> | <i>Подпись</i> |
|-------------------------------|----------------------|----------------|
| <i>Работу выполнил:</i> | <i>Студент</i> | |
| <i>Выполнение на ЭВМ:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Ручной счет:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Защита работы:</i> | <i>Преподаватель</i> | |

График формы потери устойчивости при минимальной критической силе
 $R_{\min} = \underline{\hspace{2cm}}$.



Ручной счет ($N = \underline{\hspace{1cm}}$)

Разностная схема (расположение точек разбиения при $N = \underline{\hspace{1cm}}$ с нумерацией)



| | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ | $R_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ | $R_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| $x_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ | $R_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ |

Конечно-разностные уравнения

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Матричный вид $A \bar{y} = pB \bar{y}$

$$A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}, \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

Итерационный процесс

$$\tilde{A} = A^{-1}B = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$\bar{v}^{(0)} = (1,1,1);$$

$$\underline{k=0}: \lambda^{(0)} = |\nu^{(0)}| =$$

$$\bar{y}^{(0)} = \frac{1}{\lambda^{(0)}} \bar{v}^{(0)} =$$

$$\bar{v}^{(1)} = \tilde{A} \bar{y}^{(0)} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\underline{k=1}: \lambda^{(1)} = |\nu^{(1)}| =$$

$$\bar{y}^{(1)} = \frac{1}{\lambda^{(1)}} \bar{v}^{(1)} =$$

$$\bar{v}^{(2)} = \tilde{A}\bar{y}^{(1)} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$\underline{k=2:} \lambda^{(2)} = |\nu^{(2)}| =$$

$$\bar{y}^{(2)} = \frac{1}{\lambda^{(2)}} \bar{v}^{(2)} =$$

$$\bar{v}^{(3)} = \tilde{A}\bar{y}^{(2)} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$\underline{k=3:} \lambda^{(3)} = |\nu^{(3)}| =$$

$$\bar{y}^{(3)} = \frac{1}{\lambda^{(3)}} \bar{v}^{(3)} =$$

Ответ: $\rho_{\min}=1/\lambda=$ $\bar{y}=($ $)$

График формы потери устойчивости при минимальной критической силе



| Практическая работа №2 | Фамилия И.О. | Подпись |
|------------------------|---------------|---------|
| Работу выполнил: | Студент | |
| Выполнение на ЭВМ: | Преподаватель | |
| Ручной счет: | Преподаватель | |
| Защита работы: | Преподаватель | |

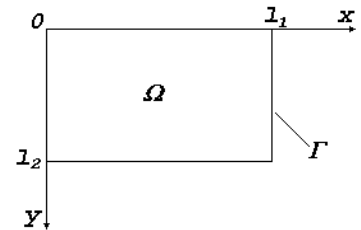
Практическая работа № 3

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА

Задание. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области методом конечных разностей.

Постановка задачи (вариант G=___, S=___)

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 U = F(x, y), \quad \Omega = (0 < x < l_1, 0 < y < l_2) \\ U_{\Gamma} = \varphi(x, y) = \begin{cases} \varphi_1(y), & x = 0 \\ \varphi_2(y), & x = l_1 \\ \varphi_3(x), & y = 0 \\ \varphi_4(x), & y = l_2 \end{cases} \end{array} \right.$$



$$F(x,y) = -8 \left(\frac{s}{l_1} + \frac{g}{l_2} \right) = \underline{\hspace{10em}}$$

краевые условия: при $x=0$ и $x=l_1$ $U = \varphi_1(y) = \varphi_2(y) = 4 \frac{g}{l_2} y(l_2 - y) =$

при $y=0$ и $y=l_2$ $U = \varphi_3(x) = \varphi_4(x) = 4 \frac{s}{l_1} y(l_1 - y) =$

$l_1=1, l_2=1.$

1. Решить задачу на ЭВМ (N1=8, N2=6).
2. Решить задачу вручную (N1=4, N2=2) (ограничиться при решении разностной системы уравнений методом Зейделя тремя итерациями).

Решение задачи на ЭВМ.

Конечно-разностная сетка (при N1=___, N2=___)



Результаты счета

Ручной счет

Конечно-разностная сетка (при $N_1=$ __, $N_2=$ __)



$$h_1=1/4=0.25, h_2=1/2=0.5$$

| | |
|--------------------|-------------------|
| $\varphi_3(0)=$ | $\varphi_1(0)=$ |
| $\varphi_3(0.25)=$ | $\varphi_1(0.5)=$ |
| $\varphi_3(0.5)=$ | $\varphi_1(1)=$ |
| $\varphi_3(0.75)=$ | |
| $\varphi_3(1)=$ | |

$$\text{Формула итераций: } u_{i,j}^{(k)} = \frac{\left(\frac{u_{i-1,j}^{(k)} + u_{i+1,j}^{(k-1)}}{h_1^2} + \frac{u_{i,j-1}^{(k)} + u_{i,j+1}^{(k-1)}}{h_2^2} - f_{ij} \right)}{\left(\frac{2}{h_1^2} + \frac{2}{h_2^2} \right)};$$

$$h_1^2 = 0.25^2 = 0.0625; \quad h_2^2 = 0.5^2 = 0.25; \quad \frac{2}{h_1^2} = 32; \quad \frac{2}{h_2^2} = 8;$$

$$\underline{\mathbf{k=0:}} \quad u_{1,1}^{(0)} = u_{1,2}^{(0)} = u_{1,3}^{(0)} = 0 \quad (\text{Начальные значения});$$

k=1:

$$i=1, j=1,$$

$$u_{1,1}^{(1)} = \frac{\frac{u_{0,1}^{(1)} + u_{2,1}^{(0)}}{0.0625} + \frac{u_{1,0}^{(1)} + u_{1,2}^{(0)}}{0.25} - f_{11}}{40} = \frac{0.0625}{40} + \frac{0.25}{40} =$$

$$i=1, j=2,$$

$$u_{1,2}^{(1)} = \frac{\frac{u_{1,1}^{(1)} + u_{1,3}^{(0)}}{0.0625} + \frac{u_{0,2}^{(1)} + u_{2,2}^{(0)}}{0.25} - f_{12}}{40} = \frac{0.0625}{40} + \frac{0.25}{40} =$$

$$i=1, j=3,$$

$$u_{1,3}^{(1)} = \frac{\frac{u_{1,2}^{(1)} + u_{1,4}^{(0)}}{0.0625} + \frac{u_{0,3}^{(1)} + u_{2,3}^{(0)}}{0.25} - f_{13}}{40} = \frac{0.0625}{40} + \frac{0.25}{40} =$$

k=2:

$$i=1, j=1,$$

$$u_{1,1}^{(2)} = \frac{\frac{u_{0,1}^{(2)} + u_{2,1}^{(1)}}{0.0625} + \frac{u_{1,0}^{(2)} + u_{1,2}^{(1)}}{0.25} - f_{11}}{40} = \frac{0.0625}{40} + \frac{0.25}{40} =$$

$$i=1, j=2,$$

$$u_{1,2}^{(2)} = \frac{\frac{u_{1,1}^{(2)} + u_{1,3}^{(1)}}{0.0625} + \frac{u_{0,2}^{(2)} + u_{2,2}^{(1)}}{0.25} - f_{1,2}}{40} = \frac{0.0625}{40} + \frac{0.25}{40} =$$

$i=1, j=3,$

$$u_{1,3}^{(2)} = \frac{u_{1,2}^{(2)} + u_{1,4}^{(1)} + u_{0,3}^{(2)} + u_{2,3}^{(1)} - f_{13}}{40} = \frac{0.0625}{40} + \frac{0.25}{40} =$$

k=3:

$i=1, j=1,$

$$u_{1,1}^{(3)} = \frac{u_{0,1}^{(3)} + u_{2,1}^{(2)} + u_{1,0}^{(3)} + u_{1,2}^{(2)} - f_{11}}{40} = \frac{0.0625}{40} + \frac{0.25}{40} =$$

$i=1, j=2,$

$$u_{1,2}^{(3)} = \frac{u_{1,1}^{(3)} + u_{1,3}^{(2)} + u_{0,2}^{(3)} + u_{2,2}^{(2)} - f_{12}}{40} = \frac{0.0625}{40} + \frac{0.25}{40} =$$

$i=1, j=3,$

$$u_{1,3}^{(3)} = \frac{u_{1,2}^{(3)} + u_{1,4}^{(2)} + u_{0,3}^{(3)} + u_{2,3}^{(2)} - f_{13}}{40} = \frac{0.0625}{40} + \frac{0.25}{40} =$$

Ответ:

| <i>Практическая работа №3</i> | <i>Фамилия И.О.</i> | <i>Подпись</i> |
|-------------------------------|----------------------|----------------|
| <i>Работу выполнил:</i> | <i>Студент</i> | |
| <i>Выполнение на ЭВМ:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Ручной счет:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Защита работы:</i> | <i>Преподаватель</i> | |

Практическая работа № 4

ЗАДАЧА ОБ ИЗГИБЕ КОНСОЛИ (задача Коши)

Задание. Определить прогиб консоли (решить задачу Коши) методом Эйлера.

Исходная постановка задачи (вариант G=___, S=___)

$$\begin{cases} y''(x) = \frac{M(x)}{EJ(x)} \sqrt{[1 + (y'(x))^2]^3}, & x > 0 \\ \left. \begin{aligned} y(0) &= 0 \\ y'(0) &= 0 \end{aligned} \right\} - \text{начальные условия} \end{cases}$$

$EJ(x)$ - жесткость балки, $M(x)$ - изгибающий момент в балке - заданные функции.

$y(x)$ - прогиб балки: $y(x)=?$

$$M(x) = \frac{1}{\sqrt{[1 + (cx)^2]^3}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad EJ = c^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad c = 0.02(g + s) = \underline{\hspace{2cm}}, \quad l = 1$$

Постановка исходной задачи в виде системы дифференциальных уравнений 1-го порядка:

$$\begin{cases} z'(x) = f(x, z) \\ y'(x) = z(x) \\ \left. \begin{aligned} y(0) &= 0 \\ z(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad x > 0 \end{cases}$$

где

$$f(x, z) = \frac{M(x)}{EJ(x)} \sqrt{(1 + z^2(x))^3}.$$

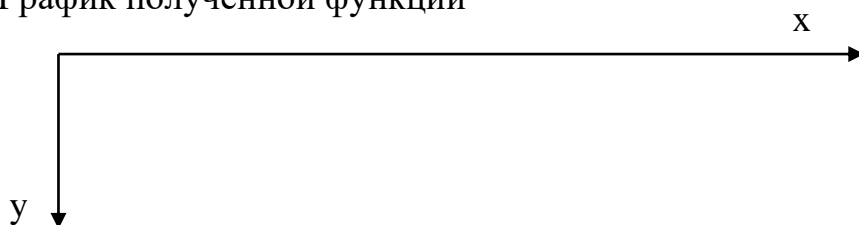
Для решения применить следующий вариант метода Эйлера, т.е.

$$\begin{cases} y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \\ z_{i+1} = z_i + h \cdot f(x_i, z_i) \quad , i = 0, 1, \dots, N - 1 \\ y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} \cdot (z_i + z_{i+1}) \end{cases}$$

i - номер точки разбиения в разностной схеме.

3. Решить задачу на ЭВМ (N=10).

График полученной функции



Ручной счет (N=___)

Разностная схема (расположение точек разбиения при N=___ с нумерацией)



| | | | |
|-------|---|----------------------------------|---|
| $i=0$ | $x_0 = \underline{\hspace{1cm}}$ | $z_0 = \underline{\hspace{1cm}}$ | $y_0 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| | $M_0 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ | | $f_0 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ |
| $i=1$ | $x_1 = \underline{\hspace{1cm}}$ | $z_1 = \underline{\hspace{1cm}}$ | $y_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| | $M_1 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ | | $f_1 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ |
| $i=2$ | $x_2 = \underline{\hspace{1cm}}$ | $z_2 = \underline{\hspace{1cm}}$ | $y_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| | $M_2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ | | $f_2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ |
| $i=3$ | $x_3 = \underline{\hspace{1cm}}$ | $z_3 = \underline{\hspace{1cm}}$ | $y_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| | $M_3 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ | | $f_3 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ |
| $i=4$ | $x_4 = \underline{\hspace{1cm}}$ | $z_4 = \underline{\hspace{1cm}}$ | $y_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ |

График полученной функции



| <i>Практическая работа №4</i> | <i>Фамилия И.О.</i> | <i>Подпись</i> |
|-------------------------------|----------------------|----------------|
| <i>Работу выполнил:</i> | <i>Студент</i> | |
| <i>Выполнение на ЭВМ:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Ручной счет:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Защита работы:</i> | <i>Преподаватель</i> | |

Практическая работа № 5
ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Задание. Вычислить методом конечных разностей по **явной схеме** распределение температуры по толщине стены в соответствии с задачей, изложенной в теоретической части.

Исходная постановка задачи (вариант G=___, S=___)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t), \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \\ u(0,t) = \varphi_0(t) \\ u(l,t) = \varphi_l(t) \\ u(x,0) = \psi(x) \end{array} \right.$$

$$f(x,t) = 0; \quad \alpha = 1; \quad \varphi_0(t) = g = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \varphi_l(t) = s = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\psi(x) = g + (g + 3s)x - 2(g + s)x^2 = \underline{\hspace{10cm}};$$

$$l = 1$$

Для обеспечения устойчивости счета принять $\tau = \frac{h^2}{2a}$, где h- шаг по

оси x, τ -шаг по оси t.

Применить формулу счета по явной схеме:

$$u_i^{k+1} = u_i^k + \frac{\tau\alpha}{h^2} (u_{i-1}^k - 2u_i^k + u_{i+1}^k) + \tau f_i^k,$$

$$i=1, \dots, n-1 \quad k=0, 1, 2, 3, \dots$$

1. Решить задачу на ЭВМ для n=___ точек по координате x и k=___ шагов по времени (координата t).

Представить результаты счета для n=10 и k=100 с распечаткой результатов при следующих k: k=0, 1, 10, 20, 30, ..., 90, 100, ...

2. Решить задачу вручную для n=4, k=0, 1, 2.

Решение задачи на ЭВМ.

Конечно-разностная сетка (при n=___, k=___)



Ручной счет

Конечно-разностная сетка (при $N=$ __, $k=$ __, $h=$ ____, $\tau=$ __)



Результаты счета

| k | t | u_0 | u_1 | u_2 | u_3 | u_4 |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | | | | | | |
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| | | | | | | |

| <i>Практическая работа №5</i> | <i>Фамилия И.О.</i> | <i>Подпись</i> |
|-------------------------------|----------------------|----------------|
| <i>Работу выполнил:</i> | <i>Студент</i> | |
| <i>Выполнение на ЭВМ:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Ручной счет:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Защита работы:</i> | <i>Преподаватель</i> | |

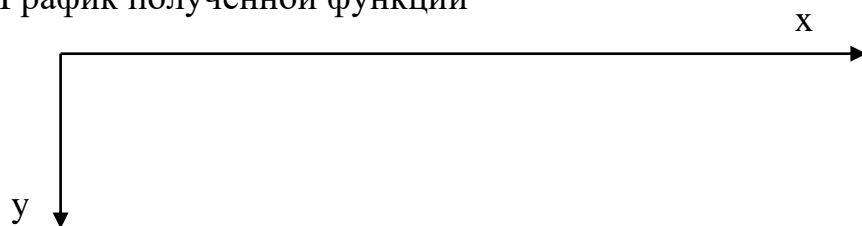
Ручной счет

Графическое решение задачи (построение многоугольника ограничений, прямой $z=0$ и определение точки максимума).

Ответ :

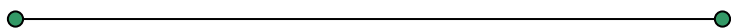
| <i>Практическая работа №6</i> | <i>Фамилия И.О.</i> | <i>Подпись</i> |
|-------------------------------|----------------------|----------------|
| <i>Работу выполнил:</i> | <i>Студент</i> | |
| <i>Выполнение на ЭВМ:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Ручной счет:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Защита работы:</i> | <i>Преподаватель</i> | |

График полученной функции



Ручной счет (N=)

Конечно-элементная схема (расположение элементов при N=___ с нумерацией)



Локальные матрицы жесткости:

$$K^i = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix} + \frac{1}{L} \begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix}$$

$$i = 1, 2, 3$$

Локальные векторы нагрузки

$$M_1 = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} _ \\ _ \end{bmatrix} =$$

$$M_2 = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} _ \\ _ \end{bmatrix} =$$

$$M_3 = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} _ \\ _ \end{bmatrix} =$$

$$R^1 = \frac{1}{L} \begin{pmatrix} _ \\ _ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} _ \\ _ \end{pmatrix} \quad R^2 = \frac{1}{L} \begin{pmatrix} _ \\ _ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} _ \\ _ \end{pmatrix} \quad R^3 = R^1 = \begin{pmatrix} _ \\ _ \end{pmatrix}$$

Общие матрица жесткости и вектор нагрузки без учета закреплений

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} _ & _ & _ & _ \\ _ & _ & _ & _ \\ _ & _ & _ & _ \\ _ & _ & _ & _ \end{bmatrix} \quad \tilde{R} = \begin{pmatrix} _ \\ _ \\ _ \\ _ \end{pmatrix}$$

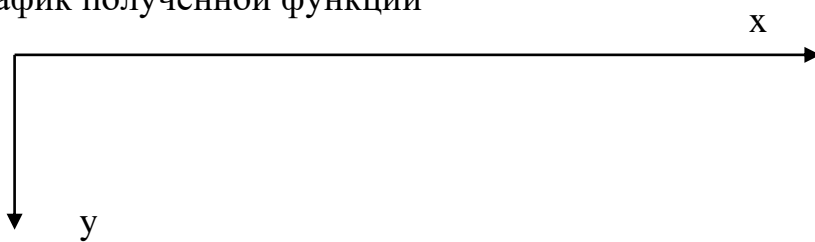
С учетом закреплений

$$K = \begin{bmatrix} _ & _ & _ & _ \\ _ & _ & _ & _ \\ _ & _ & _ & _ \\ _ & _ & _ & _ \end{bmatrix} \quad \bar{R} = \begin{pmatrix} _ \\ _ \\ _ \\ _ \end{pmatrix}$$

Решение системы уравнений $K \bar{y} = \bar{R}$

Ответ:

График полученной функции



| <i>Практическая работа №7</i> | <i>Фамилия И.О.</i> | <i>Подпись</i> |
|-------------------------------|----------------------|----------------|
| <i>Работу выполнил:</i> | <i>Студент</i> | |
| <i>Выполнение на ЭВМ:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Ручной счет:</i> | <i>Преподаватель</i> | |
| <i>Защита работы:</i> | <i>Преподаватель</i> | |

Титульный лист для домашнего задания
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт цифровых технологий и моделирования в строительстве

Кафедра Информатики и прикладной математики

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

по дисциплине

«Информатика»

Тема: (выбирается по согласованию с преподавателем)

Выполнил студент

_____ (институт, курс, группа, Ф.И.О.)

Проверил:

_____ (Ф.И.О.)

Москва 2023

Тема Домашнего задания

Содержание работы

1. Выполнить задание
2. Оформить работу
3. Защитить работу

Метод конечных разностей

Задание. Методом конечных разностей сформировать систему разностных уравнений и записать ее в подробном и векторно-матричном виде и сравнить результаты с компьютерным счетом ($h=0.1$)

Пример выполнения задания

$$\left\{ \begin{array}{l} y'' + 3xy' + |x-2|y = (x-2)^2, \quad |x| < 3 \\ y(-3) + 4y'(-3) = 10 \\ y(3) = 0 \end{array} \right\} \text{ - краевые условия}, \quad h_i = 2$$

Разобьем интервал $[-3 \ 3]$ на отрезки с шагом $h = 2$:

$$\begin{array}{cccc} y_1 & & y_2 & & y_3 & & y_4 \\ \bullet & & \bullet & & \bullet & & \bullet \\ x_1 = -3 & & x_2 = -1 & & x_3 = 1 & & x_4 = 3 \\ i = 1 & & i = 2 & & i = 3 & & i = 4 \end{array}$$

Рис. Разностная схема, где $y_i = y(x_i)$

В каждой i -ой точке (i -ом узле) запишем разностный аналог соответствующего исходного уравнения

$$\underline{i=1} \ (x_1 = -3): \quad y_1 + 4 \frac{y_2 - y_1}{2} = 10$$

$$\underline{i=2} \ (x_2 = -1): \quad \frac{y_1 - 2y_2 + y_3}{2^2} + 3(-1) \frac{y_3 - y_1}{2 \cdot 2} + |-1-2| y_2 = (-1-2)^2$$

$$\underline{i=3} \ (x_3 = 1): \quad \frac{y_2 - 2y_3 + y_4}{2^2} + 3 \cdot 1 \frac{y_4 - y_2}{2 \cdot 2} + |1-2| y_3 = (1-2)^2$$

$$\underline{i=4} \ (x_4 = 3): \quad y_4 = 0$$

В результате получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных y_i , $i = 1, 2, 3, 4$.

Группируем коэффициенты при неизвестных y_i

$$\underline{i=1}: \quad \left(1 - \frac{4}{2}\right)y_1 + \frac{4}{2}y_2 = 10$$

$$\underline{i=2}: \quad \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right)y_1 + \left(3 - \frac{2}{4}\right)y_2 + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\right)y_3 = 9$$

$$\underline{i=3}: \quad \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\right)y_2 + \left(1 - \frac{2}{4}\right)y_3 + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right)y_4 = 1$$

$$\underline{i=4}: \quad y_4 = 0$$

Последующие вычисления приводят полученную систему линейных алгебраических уравнений к виду

$$-y_1 + 2y_2 = 10$$

$$y_1 + 2.5y_2 - 0.5y_3 = 9$$

$$-0.5y_2 + 0.5y_3 + y_4 = 1$$

$$y_4 = 0$$

или в векторно-матричном виде

$$A\bar{y} = \bar{b},$$

где

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2.5 & -0.5 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} 10 \\ 9 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

Варианты заданий.

$$1. \left\{ \begin{array}{l} y'' - (4+x)y' + 2y + x - 2 = 0, \quad |x| < 3 \\ y(-3) + 2y'(-3) = 0 \\ y(3) = 2 \end{array} \right\} \text{ - краевые условия}, \quad h_i = 2$$

$$2. \left\{ \begin{array}{l} y'' - (1+4x)y' + (1+x^2)y = x - 1, \quad 0 < x < 9 \\ y(0) = 1 \\ y(9) + 5y'(9) = 0 \end{array} \right\} \text{ - краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$3. \left\{ \begin{array}{l} y'' + 3xy' + (2+|x|)y + x - 2 = 0, \quad |x| < 3 \\ y(-3) + 2y'(-3) = 0 \\ y(3) = 2 \end{array} \right\} \text{ - краевые условия}, \quad h_i = 2$$

$$4. \left\{ \begin{array}{l} y'' - (4+x)y' + 2y + x - 2 = 0, \quad -4 < x < 5 \\ y(-4) + 5y'(-4) = 0 \\ y(5) = 2 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$5. \left\{ \begin{array}{l} y'' - xy' + (1+x^2)y = x - 1, \quad 0 < x < 9 \\ y(0) = 1 \\ y(9) + 5y'(9) = 0 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$6. \left\{ \begin{array}{l} y'' - (1+4x)y' + (1+x)y = x - 1, \quad 0 < x < 9 \\ y(0) + 6y'(0) = 1 \\ y(9) = 10 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$7. \left\{ \begin{array}{l} y'' - \sqrt[3]{(4+x)}y' + 2y + (x-2)^2 = 0, \quad -2 < x < 4 \\ y(-2) + 8y'(-2) = 0 \\ y(4) = 2 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 2$$

$$8. \left\{ \begin{array}{l} y'' - x^2y' + \sqrt{1+x^2}y = \frac{x-1}{x+7}, \quad -2 < x < 7 \\ y(-2) = 1 \\ y(7) + 5y'(7) = 0 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$9. \left\{ \begin{array}{l} y'' + (1+3|x|)y' + (2+|x|)y + x - 2 = 0, \quad -4 < x < 2 \\ y(-4) + 8y'(-4) = 0 \\ y(2) = 2 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 2$$

$$10. \left\{ \begin{array}{l} y'' - \sqrt[3]{4+x}y' + 2y + x - 2 = 0, \quad -4 < x < 5 \\ y(-4) + 5y'(-4) = 0 \\ y(5) = 2 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$11. \left\{ \begin{array}{l} y'' - \sqrt{2+|x|}y' + (1+x^2)y = (x-1)^2, \quad -3 < x < 9 \\ y(-3) = 1 \\ y(9) + 5y'(9) = 0 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 4$$

$$12. \left\{ \begin{array}{l} y'' - (1 + 4x)y' + (1 + x)y = x - 1, \quad -1 < x < 5 \\ y(-1) + 6y'(-1) = 1 \\ y(5) = 10 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 2$$

$$13. \left\{ \begin{array}{l} y'' - (4 + x)^2 y' + 2y + |x - 2| = 0, \quad -2 < x < 4 \\ y(-2) + 7y'(-2) = 0 \\ y(4) = 2 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 2$$

$$14. \left\{ \begin{array}{l} y'' - (2 + x^2)y' + (1 + x)y = |x - 1|, \quad -5 < x < 7 \\ y(-5) = 1 \\ y(7) + 3y'(7) = 0 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 4$$

$$15. \left\{ \begin{array}{l} y'' + 3xy' + (2 + |x|)y + x = 0, \quad -3 < x < 6 \\ y(-3) + 2y'(-3) = 0 \\ y(6) = 2 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$16. \left\{ \begin{array}{l} y'' - (4 + x)y' + (2 + 3x)y + |x| = 0, \quad -6 < x < 3 \\ y(-6) + 5y'(-6) = 0 \\ y(3) = 2 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$17. \left\{ \begin{array}{l} y'' + (10 - |x|)y' + (1 + x^2)y = x, \quad -3 < x < 9 \\ y(-3) = 1 \\ y(9) + 5y'(9) = 0 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 4$$

$$18. \left\{ \begin{array}{l} xy'' - (1 + 4x)y' + (1 + x)y = x - 1, \quad -3 < x < 9 \\ y(-3) + 6y'(-3) = 1 \\ y(9) = 10 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 4$$

$$19. \left\{ \begin{array}{l} y'' + \frac{x}{1 + |x|} y' + 2y + x = 0, \quad -5 < x < 4 \\ y(-5) + 2y'(-5) = 0 \\ y(4) = 2 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$20. \left\{ \begin{array}{l} y'' + (1-x^2)y' + \sqrt{1+x^2}y = \sin(1+x), \quad -1 < x < 5 \\ y(-1) = 1 \\ y(5) + 5y'(5) = 0 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 2$$

$$21. \left\{ \begin{array}{l} y'' + (1+|x|)y' + (2+x)y + |x-2| = 0, \quad -4 < x < 2 \\ y(-4) + 8y'(-4) = 0 \\ y(2) = 2 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 2$$

$$22. \left\{ \begin{array}{l} y'' + \sin|x|y' + 2xy + x = 0, \quad -7 < x < 5 \\ y(-7) + 5y'(-7) = 0 \\ y(5) = 2 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 4$$

$$23. \left\{ \begin{array}{l} y'' - \sqrt{1+|x|}y' + x^2y = (x-1)^2, \quad -2 < x < 4 \\ y(-2) = 1 \\ y(4) + 5y'(4) = 0 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 2$$

$$24. \left\{ \begin{array}{l} y'' - (1+4|x|)y' + (1+x)y = x-1, \quad -4 < x < 5 \\ y(-4) + 6y'(-4) = 1 \\ y(5) = 10 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$25. \left\{ \begin{array}{l} y'' - \frac{(1+4x)}{1+x^2}y' + (1+|x|)y = x, \quad -1 < x < 5 \\ y(-1) + 6y'(-1) = 1 \\ y(5) = 10 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 2$$

$$26. \left\{ \begin{array}{l} y'' + \frac{x^2}{1+|x|}y' + 2xy + x = 0, \quad -5 < x < 4 \\ y(-5) + 12y'(-5) = 0 \\ y(4) = 2 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$27. \left\{ \begin{array}{l} y'' + (1-x)^2y' + \sqrt{1+x^2}y = \frac{\cos(1+x)}{1+x^2}, \quad -4 < x < 5 \\ y(-4) = 1 \\ y(5) + 5y'(5) = 0 \end{array} \right\} \text{- краевые условия}, \quad h_i = 3$$

$$28. \begin{cases} y'' + (1 + |x|)y' + 2xy + |x - 2| = 0, & -4 < x < 8 \\ y(-4) + 8y'(-4) = 0 \\ y(8) = 2 \end{cases} \text{- краевые условия}, h_i = 4$$

$$29. \begin{cases} y'' + |x|y' + 2xy + x = 0, & -7 < x < 2 \\ y(-7) + 5y'(-7) = 0 \\ y(2) = 2 \end{cases} \text{- краевые условия}, h_i = 3$$

$$30. \begin{cases} y'' + (1 + 3x)y' + 3xy = x - 1, & -2 < x < 7 \\ y(-2) = 1 \\ y(7) + 5y'(7) = 0 \end{cases} \text{- краевые условия}, h_i = 3$$

$$31. \begin{cases} y'' + (1 + 4|x - 3|)y' + (1 + x^2)y = |x| - 1, & -3 < x < 9 \\ y(-3) + 6y'(-3) = 1 \\ y(9) = 10 \end{cases} \text{- краевые условия}, h_i = 4$$

| <i>Домашнее задание</i> | <i>Фамилия И. О.</i> | <i>Дата</i> | <i>Подпись</i> |
|-----------------------------|----------------------|-------------|----------------|
| <i>Работу выполнил:</i> | <i>Студент</i> | | |
| <i>Выполнение на ЭВМ:</i> | <i>Преподаватель</i> | | |
| <i>Ручной счет:</i> | <i>Преподаватель</i> | | |
| <i>Защита работы</i> | <i>Преподаватель</i> | | |